

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN VON DER
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
ALS ERGÄNZUNG ZU IHREN „VERHANDLUNGEN“
UNTER DER REDAKTION VON

KARL SCHEEL

Sonderabdruck Band 8, Heft 2

W. L. Bragg, R. W. James und C. H. Bosanquet
Über die Streuung der Röntgenstrahlen durch die Atome
eines Kristalles

FRIEDR. VIEWEG & SOHN
BRAUNSCHWEIG

UND

JULIUS SPRINGER
BERLIN

1 9 2 1

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Vor kurzem erschien:

Felix Klein

Gesammelte mathematische Abhandlungen

Erster Band:

**Liniengeometrie — Grundlegung der Geometrie
Zum Erlanger Programm**

Herausgegeben von

R. Fricke und A. Ostrowski

(Von F. Klein mit ergänzenden Zusätzen versehen)

Mit einem Bildnis. (XII, 612 S.). Preis M. 186.—

Theorie der reellen Funktionen. Von Dr. Hans Hahn, Professor der Mathematik an der Universität Bonn.

Erster Band: Mit 18 Textfiguren. (VII, 600 S.). 1921. Preis M. 136.—

Vorlesungen über die Zahlentheorie der Quaternionen. Von Dr. Adolf Hurwitz, Professor der höheren Mathematik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich. (IV, 74 S.). 1919. Preis M. 8.—*

Einleitung in die Mengenlehre. Eine gemeinverständliche Einführung in das Reich der unendlichen Größen. Von Dr. Adolf Fraenkel, Privatdozent a. d. Universität Marburg. Mit 10 Textabbildungen. (VI, 156 S.). 1919. Preis M. 10.—*

Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen. Von B. Riemann. Neu herausgegeben und erläutert von Professor Dr. H. Weyl (Zürich). Zweite Auflage. (VI, 47 S.). 1921. Preis M. 12.—

Koordinaten-Geometrie. Von Dr. Hans Beck, Professor a. d. Universität Bonn. Erster Band: **Die Ebene.** Mit 47 Textabbildungen. (X, 432 S.). 1919. Preis M. 28.—*; gebunden M. 31.—*

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Von Dr. W. Ludwig, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden.

Erster Teil: **Das rechtwinklige Zweitafelsystem.** Vielfache, Kreis, Zylinder, Kugel. Mit 58 Textfiguren. (VI, 135 S.). 1919. Preis M. 8.—*

Die übrigen Teile in Vorbereitung.

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. In zwei Bänden. Von Dr. Georg Scheffers, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

Erster Band: Mit 404 Figuren im Text. (IX, 423 S.). 1919.

Preis M. 26.—*; gebunden M. 30.60*

Zweiter Band: Mit 396 Figuren im Text. (VIII, 439 S.). 1920.

Preis M. 52.—*; gebunden M. 60.—*

Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie. Von Professor Dr. E. Landau, Göttingen. Mit 11 Textfiguren. (110 S.). 1916. Preis M. 4.80*

* **Hierzu Teuerungszuschläge**

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

Valenzkräfte und Röntgenspektren

Zwei Aufsätze über das Elektronengebäude des Atoms

Von

Dr. W. Kossel

o: Professor a. d. Universität Kiel

Mit 11 Abbildungen. (IV, 70 S.). 1921. Preis M. 12.—

Inhaltsverzeichnis:

I. Über die physikalische Natur der Valenzkräfte. II. Über die Bedeutung der Röntgenstrahlen für die Erforschung des Atombaus.
1. Die Bohrsche Atomtheorie. — 2. Röntgenspektren. — 3. Erregung der Röntgenlinien. Ihr Seriencharakter. — 4. Beziehungen zwischen den verschiedenen Serien eines Atoms. — 5. Die Gliederung des Atoms in Elektronenschalen. — 6. Der Bau der einzelnen Schalen.

Geometrie und Erfahrung. Von **Albert Einstein**. Erweiterte Fassung des Festvortrages, gehalten an der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 27. Januar 1921. Mit 2 Textabbildungen. (20 S.). 1921. Preis M. 6.80

Äther und Relativitätstheorie. Von **Albert Einstein**. Rede, gehalten an der Reichs-Universität zu Leiden. (15 S.). 1920. Preis M. 2.80 (und Teuerungszuschlag)

Die Grundlagen der Relativitätstheorie. Von **Dr. Rudolf Lämmel**, Zürich-Meilen. Populärwissenschaftlich dargestellt. Mit 32 Textfiguren. (VIII, 158 S.). 1921. Preis M. 14.—

Die Relativitätstheorie Einsteins und ihre physikalischen Grundlagen. Elementar dargestellt von **Max Born**. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 133 Textabbildungen. (Naturwissenschaftliche Monographien und Lehrbücher, dritter Band). Preis M. 39.—; gebunden M. 52.—. Vorzugspreis für die Bezieher der „Naturwissenschaften“ M. 35.—; gebunden M. 48.—

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

erscheint in zwanglosen Heften, deren sechs zu einem Bande vereinigt werden. Der Preis des Bandes beträgt $\mathcal{M}$ 96,—. Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung sowie durch die Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24 zu beziehen. Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft haben Anspruch auf einen Vorzugspreis bei unmittelbarem Bezuge vom Verlage.

Die Verfasser erhalten von Arbeiten bis zu $1\frac{1}{2}$ Druckbogen Umfang 100 Sonderabdrucke, von größeren Arbeiten 50 Sonderabdrucke kostenfrei, weitere gegen Berechnung.

Manuskriptsendungen sind zu richten an Herrn Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Karl Scheel, Berlin-Dahlem, Werderstr. 28.

8. Band.

Inhalt.

2. Heft.

	Seite
W. L. Bragg, R. W. James und C. H. Bosanquet, Über die Streuung der Röntgenstrahlen durch die Atome eines Kristalles. Mit drei Abbildungen. (Eingegangen am 13. November 1921.)	77
Gregor Wentzel, Klassifizierung der <i>O</i> - und <i>P</i> -Niveaus mittels des Auswahlprinzips für die Röntgenspektren. (Eingegangen am 11. November 1921.)	85
Karl Uller, Die elektromagnetische Welleninduktion, I. Mit einer Abbildung. (Eingegangen am 11. November 1921.)	89
R. Rinkel, Die Dimensionen der elektrischen Einheiten. (Eingegangen am 12. November 1921.)	105
W. Gerlach und O. Stern, Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms. (Vorläufige Mitteilung.) (Eingegangen am 18. November 1921.)	110
Satyendra Ray, Über die Wellengeschwindigkeit längs Faradayscher Kraftlinien. (Eingegangen am 18. November 1921.)	112
Walter Grotrian, Das <i>L</i> -Dublett des Neon. Mit zwei Abbildungen. (Eingegangen am 15. November 1921.)	116
Peter Pringsheim, Über einen nach der Lenzschen Theorie zu erwartenden Unterschied zwischen dem Absorptionsspektrum und dem vollständigen Fluoreszenzspektrum des Joddampfes. Mit einer Abbildung. (Eingegangen am 18. November 1921.)	126
Karl F. Herzfeld, Über die Zerfallsgeschwindigkeit der Moleküle. (Eingegangen am 20. November 1921.)	132
R. Ladenburg und R. Minkowski, Die chemische Konstante des Na und K. Mit zwei Abbildungen. (Eingegangen am 14. Oktober 1921.)	137
Satyendra Ray, Über eine Quantenbeziehung in der Maxwellschen Lichttheorie. (Eingegangen am 29. November 1921.)	142

Über die Streuung der Röntgenstrahlen durch die Atome eines Kristalles.

Von **W. L. Bragg, R. W. James** und **C. H. Bosanquet** in Manchester (England).

Mit drei Abbildungen. (Eingegangen am 13. November 1921.)

1. In einem in der Zeitschrift für Physik kürzlich erschienenen Aufsatz betrachtet R. Glocker¹⁾ einige von uns erhaltene experimentelle Ergebnisse²⁾ von einem theoretischen Standpunkt. Diese Ergebnisse sind in Kurven zusammengefaßt, in welchen die Amplitude der von Natrium- und Chloratomen gestreuten Röntgenstrahlung als Funktion des Winkels zwischen auffallender und gestreuter Strahlung dargestellt ist. Wir erhielten diese Kurven für die atomare Streuung von Natrium und Chlor durch Messung des Reflexionsvermögens der an verschiedenen Ebenen eines Steinsalzkrystalles reflektierten Strahlung. Die von uns für die Intensität der Reflexion benutzte Formel ist zuerst von Darwin³⁾ aufgestellt worden. Sie enthält eine Reihe von Faktoren; einer von ihnen hängt von der Amplitude der auffallenden Welle ab, während die anderen von der Struktur des Kristalles, dessen Absorptionskoeffizienten usw. abhängen und leicht ermittelt werden können. Indem man das Reflexionsvermögen durch Messung bestimmt und die übrigen Faktoren berücksichtigt, kann die Amplitude der abgelenkten Wellen erhalten werden.

Die in unserem ersten Aufsatz publizierten Kurven, auf welche sich Glocker bezieht, sind nicht so genau wie eine entsprechende Reihe von Kurven in einer späteren Publikation⁴⁾. Die Unterschiede sind indessen nicht beträchtlich.

Das Interesse dieser Ergebnisse liegt in dem Aufschluß, den sie über die Anordnung der Elektronen innerhalb des Atoms bringen. Um ein Beispiel herauszugreifen, besteht die Annahme, daß die ionisierten Natriumatome in Steinsalz zehn Elektronen enthalten. Wenn diese Elektronen um den Kern, innerhalb eines Abstandes angeordnet sind, der

¹⁾ R. Glocker, ZS. f. Phys. **5**, 389, 1921.

²⁾ W. L. Bragg, R. W. James, C. H. Bosanquet, Phil. Mag. **41**, 309, 1921.

³⁾ C. G. Darwin, Phil. Mag. **27**, 315, 675, 1914.

⁴⁾ W. L. Bragg, R. W. James, C. H. Bosanquet, Phil. Mag. **42**, 1, 1921.

klein ist verglichen mit der Wellenlänge der Röntgenstrahlung, so wird die Amplitude der gestreuten Welle zehnmal größer sein als diejenige, die von einem einzelnen Elektron gestreut wird, da alle abgelenkten Wellen einander verstärken. Wenn die Elektronen eine Anordnung haben, bei der sie über ein größeres Gebiet zerstreut liegen, so werden die von ihnen abgelenkten Wellen interferieren, und die resultierende Wirkung wird weniger als zehnmal die Wirkung eines Elektrons betragen. Wir finden experimentell, daß dies der Fall ist. Die Kurve A in den Fig. 2 und 3 stellt die Amplitude der abgelenkten Welle als Funktion von $\sin \frac{\Phi}{2}$ dar, wobei Φ der Winkel ist, um welchen die Welle abgelenkt wird.

Dies gibt eine Möglichkeit, vorgegebene Atommodelle zu prüfen. Wir können die von diesen Modellen zu erwartende Streuung mit der tatsächlich beobachteten vergleichen.

2. R. Glocker hat unsere experimentellen Werte mit denjenigen verglichen, die er für verschiedene Atommodelle berechnet. Er betrachtet zwei Arten von Modellen. In dem Fall des Natriums z. B. besitzt das erste Modell zwei einquantige Elektronen auf einem inneren Ring, und acht zweiquantige Elektronen auf einem äußeren Ring. Atome von dieser Art werden in dem Kristallgitter regellos orientiert angenommen. In dem zweiten Modell wird den Elektronen eine räumliche Anordnung zugesprochen, indem die äußeren Elektronen in den Ecken eines Würfels angeordnet gedacht werden. Zur Berechnung der Amplitude der abgelenkten Strahlung benutzt Glocker eine von Debye¹⁾ aufgestellte Formel. Durch Anwendung dieser Formel berechnet er die für seine Atommodelle zu erwartende Streuung und findet eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dieser und unseren experimentellen Ergebnissen.

Wir hatten versucht, unsere Ergebnisse durch Anordnungen von Elektronen auf Kugelschalen zu erklären, die denen von Glocker angenommenen ähnlich waren, und hatten gefunden, daß solche Atommodelle Kurven für den Verlauf der Streuung gaben, welche von den tatsächlich beobachteten sehr stark abwichen. Wir halten dafür, daß die Übereinstimmung, die Glocker fand, sich daraus ergibt, daß er Debyes Formel, die für die Streuung durch Atome in einem amorphen Körper gilt, benutzt hat, eine Formel, welche auf den Fall der mittleren Streuung durch Atome, die in einer regelmäßigen kristallinen Struktur angeordnet sind, nicht anwendbar ist.

¹⁾ P. Debye, Ann. d. Phys. **46**, 809, 1915.

3. Die von Debye für den Betrag der gestreuten Strahlung abgeleitete Formel lautet folgendermaßen:

$$V = \frac{N e^4 (1 + \cos^2 \Phi)}{2 m^2 c^4 R^2} \sum_m \sum_n \frac{\sin \left[2 k s_{m,n} \sin \frac{\Phi}{2} \right]}{2 k s_{m,n} \sin \frac{\Phi}{2}}$$

wo

e die Ladung eines Elektrons,

m die Masse eines Elektrons,

c die Lichtgeschwindigkeit,

N die Anzahl der streuenden Atome,

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und λ die Wellenlänge der Strahlung,

$s_{m,n}$ der Abstand zwischen dem m ten und n ten Elektron ist und die Summation über sämtliche Elektronen eines Atoms erstreckt wird.

V ist in dieser Formel das Verhältnis zwischen der Intensität der zerstreuten Strahlung im Abstand R vom streuenden Körper und der Intensität der auffallenden Strahlung.

Φ ist der Winkel zwischen der Richtung der auffallenden und der gestreuten Strahlung.

Der Ausdruck unter dem doppelten Summationszeichen stellt den Einfluß der Interferenz zwischen den Elektronen eines Atoms dar. Er drückt das Verhältnis zwischen dem Mittelwert der Intensität, die von einem einzelnen Atom in einer den Winkel Φ mit der auffallenden Strahlung bildenden Richtung gestreut wird, und der von einem einzelnen Elektron, unter ähnlichen Bedingungen gestreuten Intensität aus. Für kleine Werte von Φ wird dieses Verhältnis gleich n^2 , wo n die Anzahl der Elektronen im Atom ist. Glocker gebraucht diese Formel, um die Amplitudenkurven zu berechnen, welche er mit unseren experimentellen Ergebnissen vergleicht. Er gebraucht den Ausdruck

$$\left(\sum_m \sum_n \frac{\sin \left[2 k s_{m,n} \sin \frac{\Phi}{2} \right]}{2 k s_{m,n} \sin \frac{\Phi}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

für das Verhältnis zwischen der mittleren Amplitude der von den Elektronen eines Atoms gestreuten Welle und der von einem einzelnen Elektron gestreuten. Wir halten nicht dafür, daß dies gerechtfertigt ist. In dem Fall von Debyes Formel summieren wir die Intensitäten der Strahlungsbeiträge der einzelnen regellos verteilten Atome, so daß keine Phasenbeziehung zwischen den Wellen, die von verschiedenen Atomen gestreut werden, in Betracht kommt. In dem Fall

der Reflexion von Röntgenstrahlen an den Ebenen eines Kristallgitters haben wir die Phasenbeziehung zwischen verschiedenen Atomen in Betracht zu ziehen, und dies führt zu einer sehr abweichenden Formel für die mittlere Streuung des einzelnen Atoms. Ein Beispiel wird den großen Unterschied in der Form der Beugungskurven zeigen, welche diesen zwei Betrachtungsweisen entsprechen.

4. Wir wollen den hypothetischen Fall einer Anzahl Atome, von denen jedes nur ein Elektron enthält, betrachten. Wir wollen annehmen, daß dieses Elektron einen konstanten Abstand von dem Kern habe, doch soll die Verbindungslinie zwischen Elektron und Kern alle möglichen Richtungen im Raume einnehmen, die Atome sollen, dem Fall eines amorphen Körpers entsprechend, regellos verteilt sein.

Um nun die Gesamtstreuung einer Zahl N solcher Atome zu berechnen, können wir Debyes Formel anwenden, die hier Geltung hat. Der Ausdruck

$$\left(\sum_m \sum_n \frac{\sin \left[2 k s_{m,n} \sin \frac{\Phi}{2} \right]}{2 k s_{m,n} \sin \frac{\Phi}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

wird in diesem Falle gleich Eins. Dies Resultat haben wir für den betrachteten Fall, der mit dem von N regellos verteilten Elektronen gleichwertig ist, zu erwarten.

Wir wollen nun im Gegensatz hierzu annehmen, daß die Atome in einem Kristallgitter in einer Ebene liegen, die Kerne genau in der

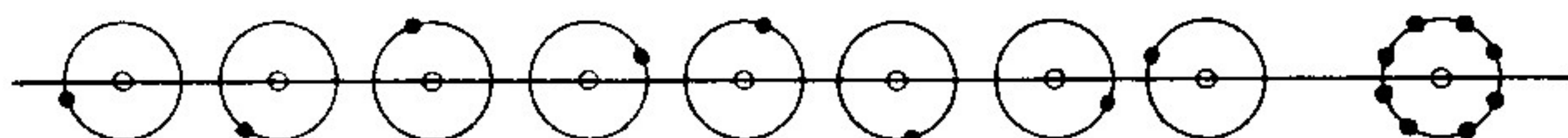


Fig. 1.

Ebene, und daß Röntgenstrahlen von der Ebene reflektiert werden, wie in Fig. 1 veranschaulicht wird.

Die Phase der reflektierten Welle wird aus Symmetriegründen mit derjenigen identisch sein, die an der Ebene, in welcher die Kerne liegen, reflektiert wird. Die Phase der von jedem einzelnen Elektron gestreuten Welle weicht von derjenigen der resultierenden Welle um einen Betrag ab, der für einen gegebenen Beugungswinkel nur von dem Abstand des Elektrons von der Ebene abhängt. Indem man die Beiträge von Elektronen einer großen Zahl N von Atomen summiert, wird die Gesamtamplitude dementsprechend mit derjenigen identisch sein, welche sich bei gleichmäßiger Verteilung dieser Elektronen über die Oberfläche einer Kugel vom Radius a ergibt.

Dies gibt für die Gesamtamplitude, bezogen auf die durch ein einzelnes Elektron gestreute, den Ausdruck

$$\frac{N \sin \psi}{\psi},$$

wo

$$\psi = \frac{4\pi}{\lambda} a \sin \frac{\Phi}{2}.$$

Der mittlere Beitrag eines Atoms ist, verglichen mit jenem, der sich aus Debyes Formel ergibt, im Verhältnis

$$\frac{\sin \psi}{\psi} : 1$$

verkleinert.

Die Kurven, welche die Amplitude der abgelenkten Welle in Abhängigkeit von dem Winkel $\frac{\Phi}{2}$ geben, können für Glockers Atommodell in derselben Weise berechnet werden, wie wir es oben für das ein einzelnes Elektron enthaltende Atom angegeben haben.

Wir wollen jene Modelle betrachten, in denen die Elektronen in Kreisringen liegen. Für Natrium setzt Glocker zwei einquantige Elektronen auf einen inneren Ring mit einem Radius $\alpha = 0,056 \cdot 10^{-8}$ cm und acht zweiquantige Elektronen auf einen äußeren Ring mit einem Radius α' , der durch

$$c = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{n^2 (10 - S_2)}{(10 - 2 - S_8)}$$

bestimmt ist, wo $S_2 = 0,25$ die Abschirmungswirkung der Kernladung durch die zwei inneren Elektronen, $S_8 = 2,8$ die Abschirmungswirkung der Kernladung durch die acht äußeren Elektronen ausdrückt. Es ist nicht klar, warum hier die Kernladung gleich $10e$ gesetzt ist, da die Ladung des Natriumkerns $11e$ beträgt. Wir wollen indessen die Zahlen so nehmen, wie sie von Glocker gebraucht werden.

Da die Ebenen dieser Ringe nach allen möglichen Richtungen orientiert sind, so wird diese Elektronenanordnung im Anschluß an unsere Ausführungen einer gleichmäßigen Verteilung der streuenden Elemente über zwei Kugelflächen von dem Radius α und α' äquivalent sein. Die Amplitude der im Mittel pro Atom gestreuten Welle, wenn wir die von einem einzelnen Elektron gestreute als Einheit nehmen, ist durch den Ausdruck

$$2 \frac{\sin \left(\frac{4\pi}{\lambda} \alpha \sin \frac{\Phi}{2} \right)}{\frac{4\pi}{\lambda} \alpha \sin \frac{\Phi}{2}} + 8 \frac{\sin \left(\frac{4\pi}{\lambda} \alpha' \sin \frac{\Phi}{2} \right)}{\frac{4\pi}{\lambda} \alpha' \sin \frac{\Phi}{2}}$$

gegeben. Im Fall des Chlors benutzt Glocker die folgenden Werte für die Radien der Ringe.

Zahl der Elektronen	Quantenzahl	Radius
2	1	$\alpha = 0,03 \times 10^{-8} \text{ cm}$
8	2	$\alpha', \text{ wo } \frac{\alpha'}{\alpha} = 5,4$
8	3	$\alpha'', \text{ wo } \frac{\alpha''}{\alpha} = 22$

Unser Ausdruck für die Amplitude wird so

$$2 \frac{\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} \alpha \sin \frac{\Phi}{2}\right)}{\frac{4\pi}{\lambda} \alpha \sin \frac{\Phi}{2}} + 8 \frac{\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} \alpha' \sin \frac{\Phi}{2}\right)}{\frac{4\pi}{\lambda} \alpha' \sin \frac{\Phi}{2}} + 8 \frac{\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} \alpha'' \sin \frac{\Phi}{2}\right)}{\frac{4\pi}{\lambda} \alpha'' \sin \frac{\Phi}{2}}.$$

Die Kurve *B* in den Fig. 2 und 3 stellt die aus dieser Formel berechnete Amplitude als Funktion von $\frac{\Phi}{2}$ dar, während in Kurve *A* die tatsächlich beobachteten Werte zum Ausdruck gebracht sind. Es ist ersichtlich, daß die Form der berechneten Kurve von derjenigen der beobachteten sehr abweicht¹⁾.

5. Die Messungen, welche den Amplitudenkurven zugrunde liegen, schließen erhebliche experimentelle Schwierigkeiten ein, und wir hoffen, ihre Genauigkeit durch weitere Versuche zu verbessern. Doch glauben wir, daß die Fehler in unseren Messungen beträchtlich kleiner sind als die Diskrepanz zwischen den berechneten und experimentellen Ergebnissen in den Fig. 2 und 3. Die Richtigkeit unserer experimentellen Werte vorausgesetzt, ergibt sich, daß keine Anordnung in Ringen oder Schalen, die für den Fall des Natriums zwei und acht, bzw. für den Fall des Chlors zwei, acht und acht Elektronen enthalten, ihrem Verlauf gerecht werden kann, falls wir die Elektronen

¹⁾ Bei der Berechnung der Elektronenringe scheint Glocker die Kernladung für Natrium gleich $10e$, für Chlor gleich $18e$ angenommen zu haben. Wir haben die Dimensionen der Ringbahnen berechnet, wobei wir die Ladungen gleich $11e$ bzw. $17e$ annehmen. Wir finden so für Natrium

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,049 \times 10^{-8} \text{ cm}, & \frac{\alpha'}{\alpha} &= \frac{4(11 - 2,5)}{(11 - 2 - 2,8)} = 6,93, \\ \text{für Chlor} & & & \\ \alpha &= 0,0316 \times 10^{-8} \text{ cm}, & \frac{\alpha'}{\alpha} &= \frac{4(17 - 2,5)}{(17 - 2 - 2,8)} = 5,35, \\ & & \frac{\alpha''}{\alpha} &= \frac{9(17 - 2,5)}{(17 - 8 - 2 - 2,8)} = 33,1. \end{aligned}$$

Die Kurve *C* in den Fig. 2 und 3 stellt den auf Grund dieser Werte gefundenen Amplitudenverlauf dar.

in jedem Ring bzw. in jeder Schale von dem Kern äquidistant annehmen. Wenn die Radien der Ringe so gewählt werden, daß sie für kleine Werte von Φ Übereinstimmung mit den experimentellen Kurven geben, so treten im weiteren Verlauf Maxima und Minima auf, welche mit der experimentellen Kurve für größere Φ -Werte in Widerspruch stehen.

Falls die Elektronen in den Ecken eines Würfels angeordnet sind, so wird auch diese Anordnung (in ihrer mittleren Wirkung)

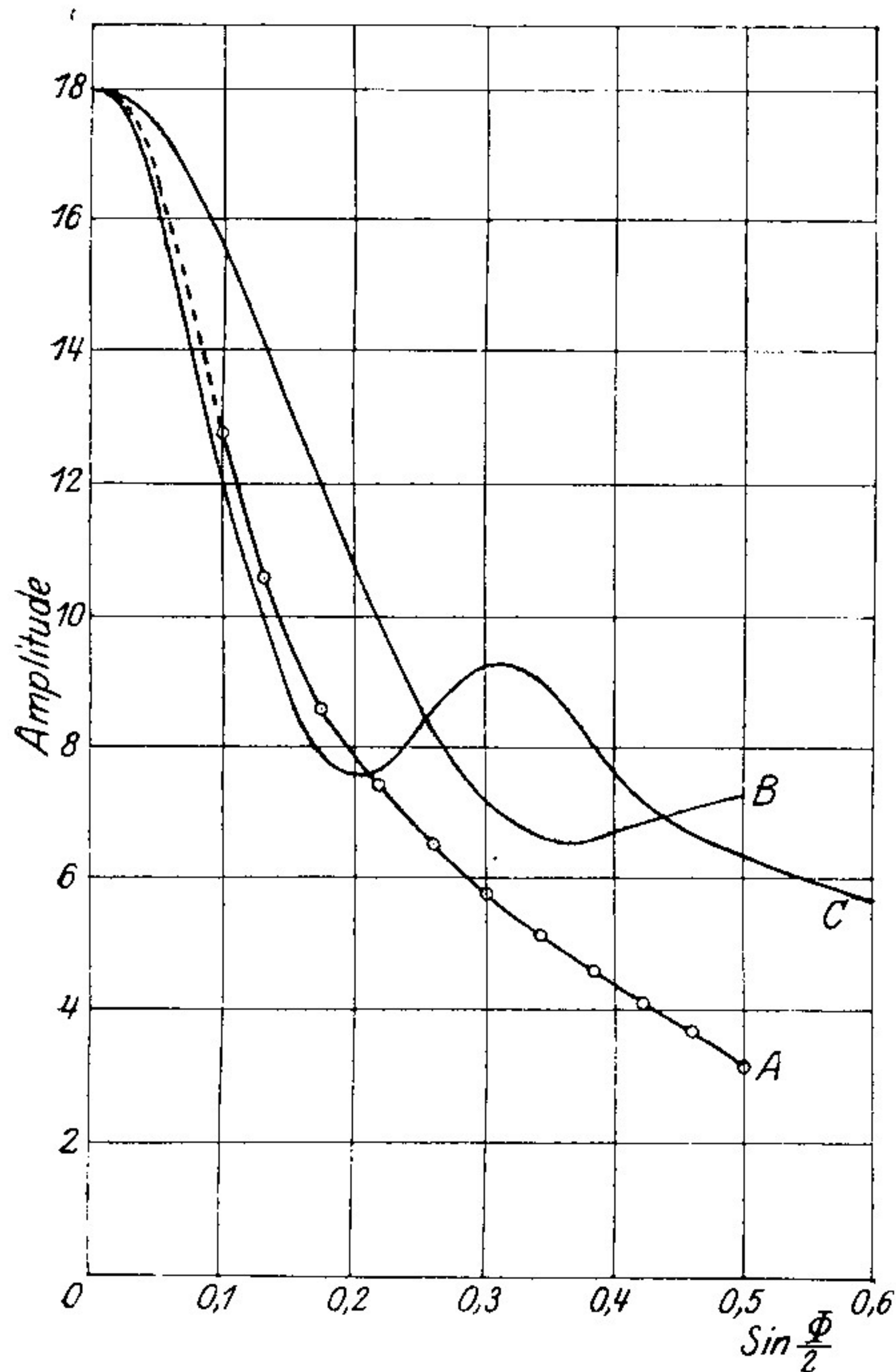


Fig. 2.

einer gleichmäßigen Verteilung der Elektronen auf einer Kugelschale äquivalent sein. Wir sehen so, daß auch für diesen Fall die oben entwickelten Überlegungen gelten, und daß diese Anordnung deshalb mit dem experimentellen Befund nicht in Einklang gebracht werden kann.

Es ist möglich, eine Anordnung der Elektronen innerhalb des Atoms zu finden, welche den beobachteten Werten Rechnung trägt. Wir haben eine solche Untersuchung durchgeführt, doch wollen wir den genauen Verlauf der Amplitudenkurven überprüfen, bevor wir die Ergebnisse der Öffentlichkeit übergeben. Es mag gesagt sein, daß diese Untersuchung in großen Zügen zeigt, daß es auf der äußeren

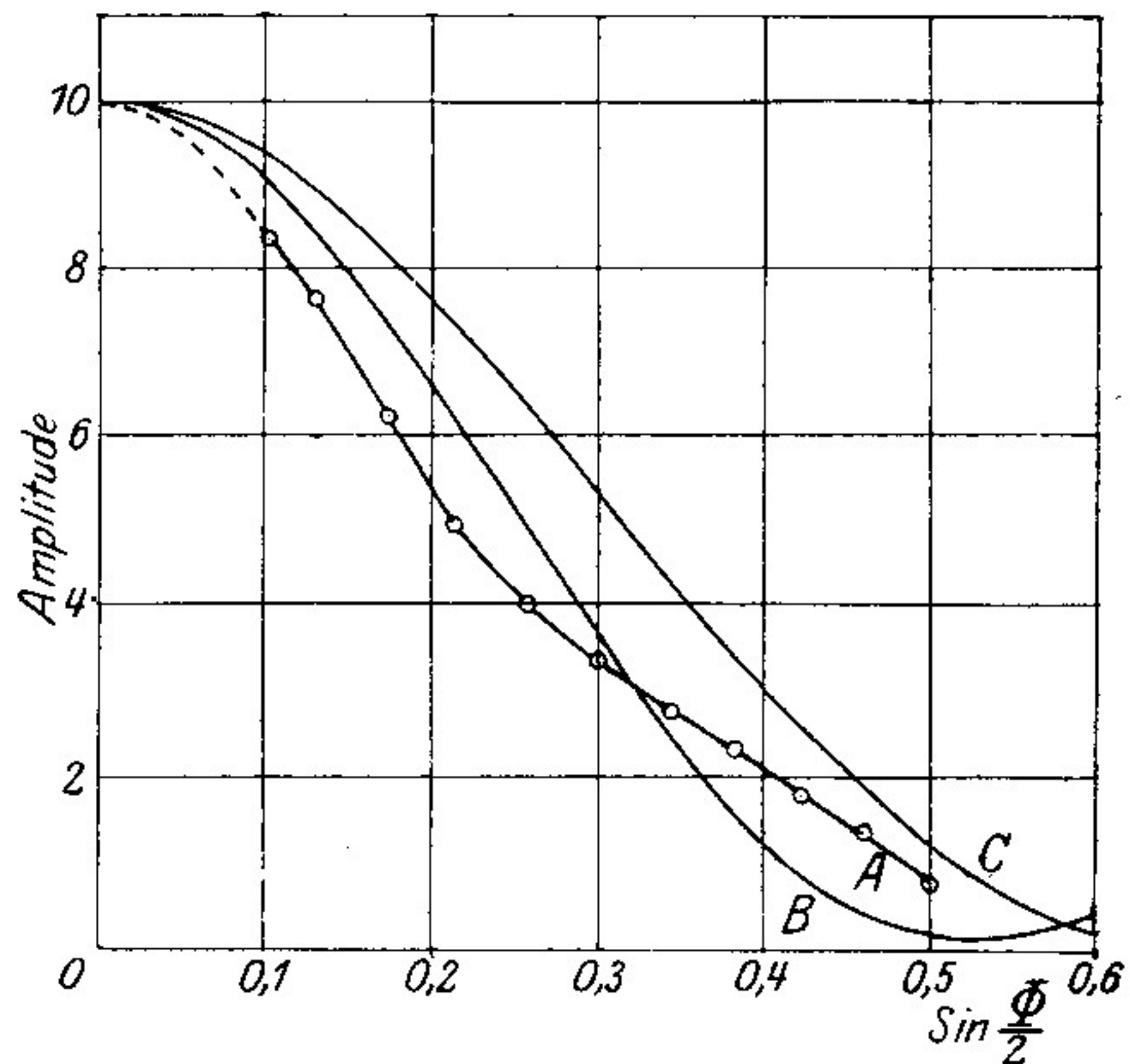


Fig. 3. Amplitudenkurve für Natrium.

- A Experimentelle Kurve.
- B Kurve mit den von Glocker benutzten Zahlen berechnet.
- C Kurve mit Kernladung gleich $11e$ genommen.

Fig. 2. Amplitudenkurve für Chlor.

- A Experimentelle Kurve.
- B Kurve mit den von Glocker benutzten Zahlen berechnet.
- C Kurve mit Kernladung gleich $17e$ und $\frac{\alpha''}{\alpha} = 33,1$ genommen.

Begrenzung des Atoms, weder für Natrium noch für Chlor, eine Schale mit acht von dem Kern gleich weit abstehenden Elektronen geben kann.

Im Fall des Natriumatoms haben wir die zu erwartende Amplitudenkurve berechnet, für den Fall, daß von den acht äußeren Elektronen vier kreisförmige zweiquantige und vier elliptische zweiquantige Bahnen beschreiben, wie sie Bohr kürzlich¹⁾ vorgeschlagen hat. Während es nicht bestimmt ist, welche Dimensionen man diesen elliptischen Bahnen zuzusprechen hat, um der Wechselwirkung zwischen den Elektronen Rechnung zu tragen, kann gesagt werden, daß ein solches Modell eine weitaus befriedigendere Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen gibt, als ein Modell mit ausschließlich kreisförmigen Bahnen. Die Analyse der experimentellen Kurve deutet darauf hin, daß sich im Durchschnitt in der Nähe der äußeren Begrenzung des Atoms eine geringe Zahl von Elektronen befindet (die in ihrem Beugungsvermögen etwa drei entsprechen), während die übrigen Elektronen viel näher an dem Kern liegen. Dies entspricht der Tatsache, daß im Bohrschen Modell Elektronen, die elliptische Bahnen beschreiben, sich für einen Teil der Zeit, in größerem Abstand von dem Kern, außerhalb der kreisförmigen zweiquantigen Bahnen, befinden.

Herrn Dr. J. C. M. Brentano möchten wir hier für seine freundliche Hilfe in der Vorbereitung dieser Arbeit unseren besten Dank aussprechen. Herrn Dr. C. G. Darwin möchten wir für manche freundliche Ratschläge auch an dieser Stelle danken.

Manchester, Phys. Inst. d. Univ., 10. November 1921.

¹⁾ Nature **107**, 104, 1921.